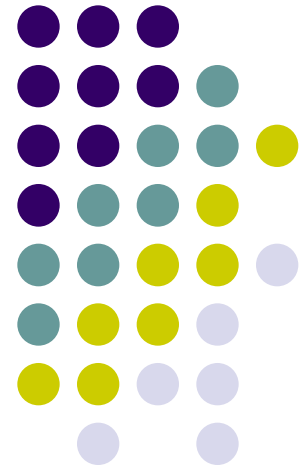


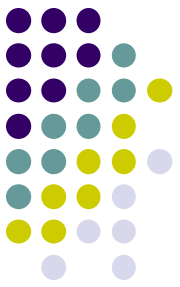
# Dødelighet og dødelighetstabell

---

Nico Keilman

Demografi grunnemne  
ECON 1710  
Høst 2010



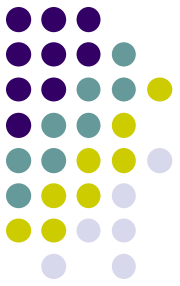


# Oversikt dagens forelesning

- summarisk dødsrate
- alders- og kjønns spesifikke dødsrater
- dødssannsynlighet
- dødelighetstabell
- litt empiri og rekord-levealderen

➔ Rowland kap. 8

# Summarisk dødsrate SDR (Crude Death Rate *CDR*)



$$SDR = D / (\frac{1}{2}(P_0 + P_1)) * 1000$$

D # dødsfall et gitt år;  $P_0$ ,  $P_1$  folkemengde 1.1 og 31.12

Et mål for dødelighet: antall dødsfall pr. tusen personer pr. år

Dødelighet i hele befolkningen uansett alder

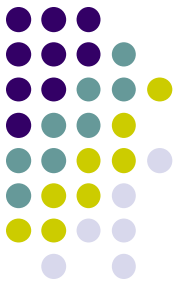
Fordel: SDR krever lite data, enkelt å beregne og lett å forstå

Ulempe: SDR kan være misvisende ved sammenlikninger i tid og rom, fordi målet tar ikke hensyn til alderssammensetningen

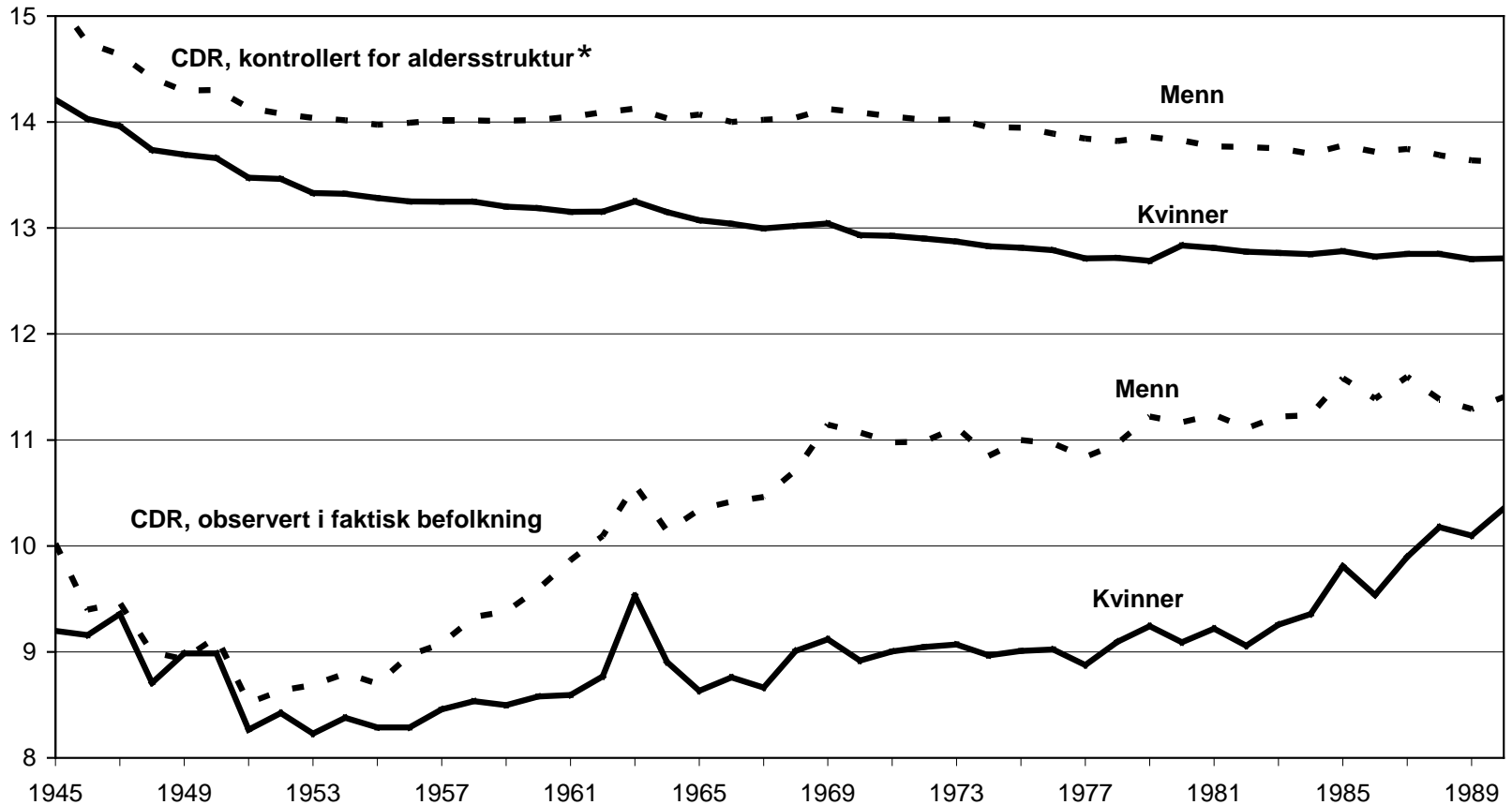
Ikke alle dødsårsaker har lik risikoprofil over alder (eller kjønn)

Men fordelaktig dersom raten standardiseres for kjønn og alder (jfr. standardisering, senere forelesning)

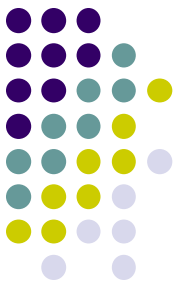
# CDR Norge 1945-1990



Antall døde per 1000 per år



\*  $I_0 / T_0 * 1000$ , se Rowland s. 283-284



# Alders- og kjønnsespesifikke rater

Dødeligheten varierer ikke bare med kjønn, men også med alder (x)

Dødsrate alder x:  $M_x = D_x / (\frac{1}{2} * (P_{0,x} + P_{1,x}))$

$D_x$  # dødsfall alder x;  $P_{0,x}$  og  $P_{1,x}$ : start- og sluttbefolkning alder x

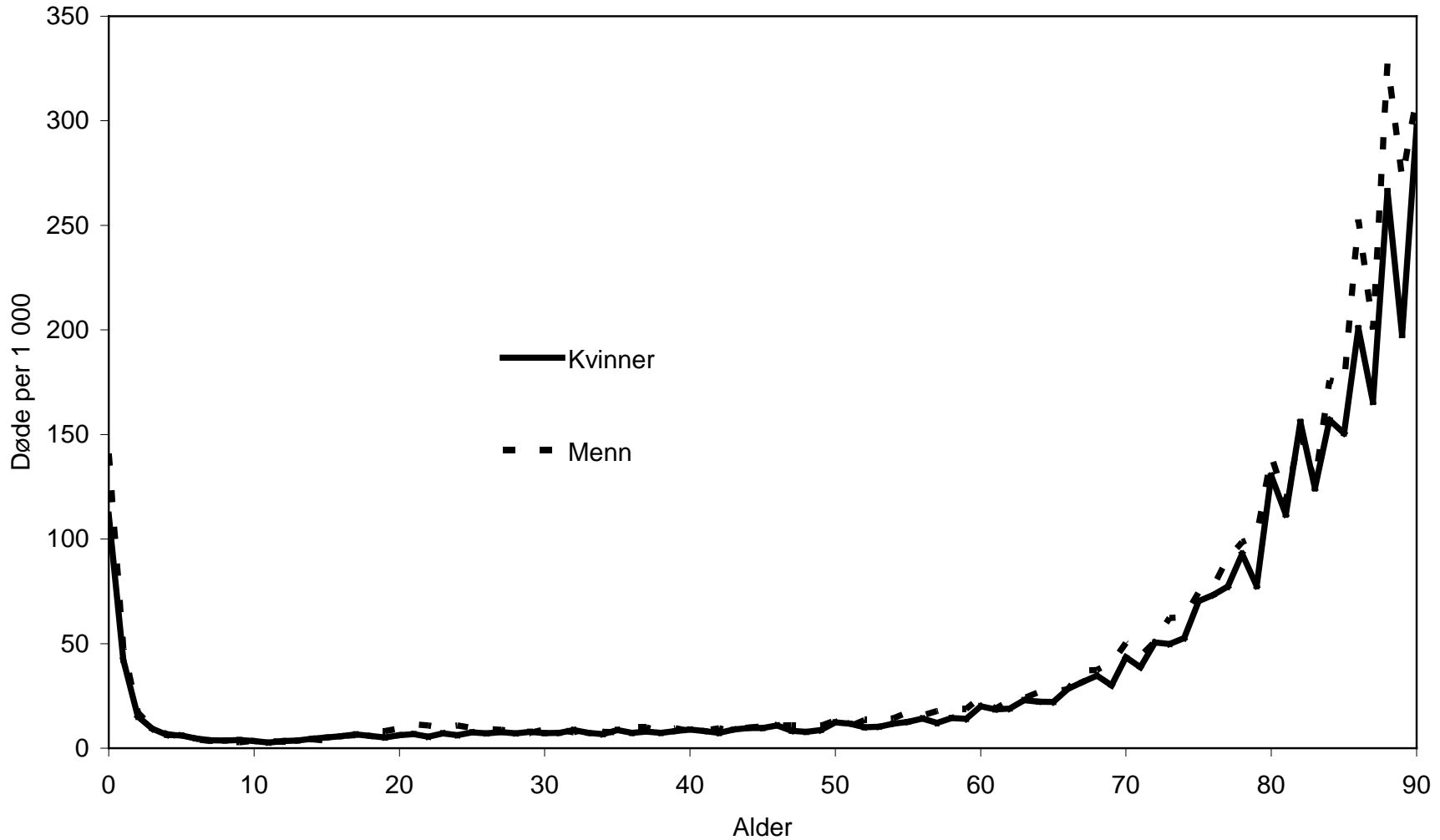
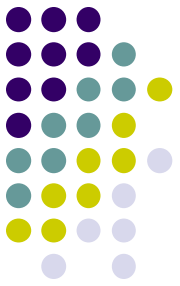
Forholdet mellom antall dødsfall for kvinner (menn) i en bestemt aldersgruppe og middelfolkemengden av kvinner (menn) i den samme aldersgruppen

Tolkning som rate generelt: antall dødsfall per person (eventuelt per 1000 personer, når ganget med 1000) per år – her i befolkningsgruppen med alder x

Variere mellom 0 (ingen dør) og 2 (alle dør)

(NB 2 dødsfall pr. person pr. år = 1 dødsfall i løpet av 6 måneder)

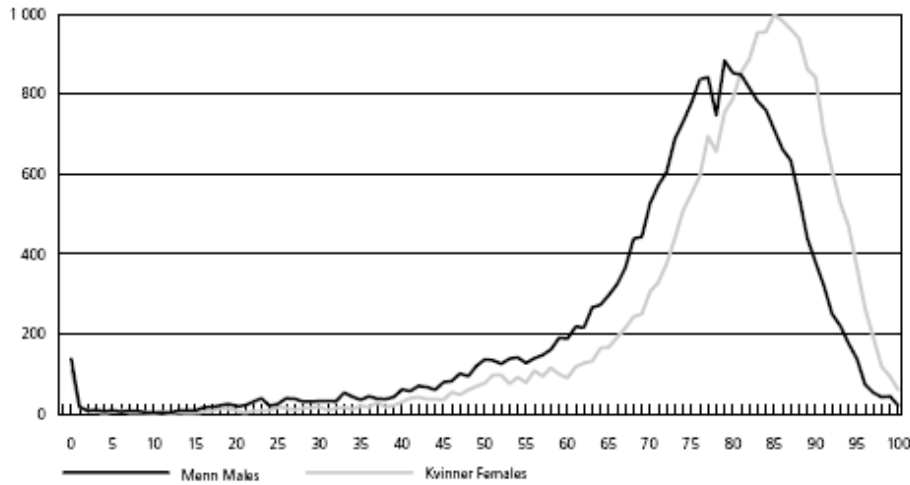
# Aldersavhengige dødsrater, Norge 1900



**Døde etter kjønn og alder, 1997**  
Deaths by sex and age, 1997



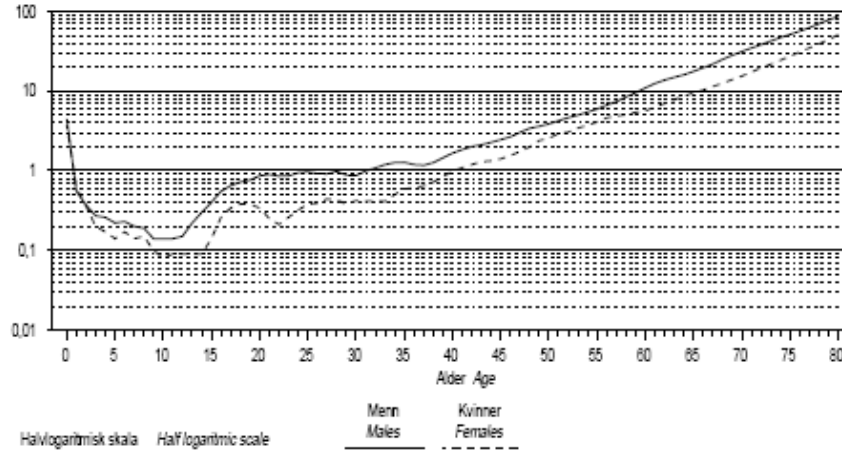
Antall Number



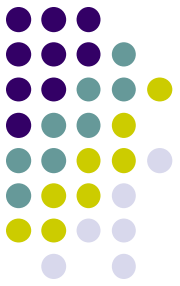
**Aldersavhengige dødsfallrater, 1997**  
Age-specific death rates, 1997



Døde pr. 1 000  
Deaths per 1 000



# Dødssannsynlighet



$$q = D / P_0$$

antall dødsfall (D) i en befolkningsgruppe sett i forhold til opprinnelig folketall ( $P_0$ )  
for denne befolkningen (se Rowland s. 33) → relativ frekvens  
varierer sterkt med alder

${}_nq_x$  : sannsynlighet for å dø mellom eksakt alder  $x$  og eksakt alder  $x+n$   
sannsynlighet for at en person ikke er i live ved alder  $x+n$ , gitt at personen var i live  
ved alder  $x$

når  $n=1$ :  $q_x$  er sannsynlighet for at en person ikke er i live ved alder  $x+1$ , gitt at  
personen var i live ved alder  $x$

Omgjøre dødsrate til dødssannsynlighet

$${}_nq_x = 2 \cdot n \cdot {}_nM_x / (2 + n \cdot {}_nM_x) \quad \text{bevis: Rowland s. 277 (som tar } n=1 \text{ år)}$$

$n$  = antall år i aldersintervallet (som oftest 1 eller 5 år)

trenges når innvandring/fruktbarhet påvirker  $P_0$



# Dødssannsynlighet forts.

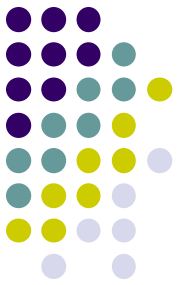


## Eksempel

- 1000 i live på eksakt alder 40
- 3 av disse dør før de fyller 41 år
- direkte (ingen innvandring):  $q_{40} = 3 / 1000 = 3$  promille
- Med innvandring (anta 203 netto inn):

$$M_{40} = 3 / ((1000 + 1200) / 2) = 3 / 1100 = 0,00273 = 2,73 \text{ promille}$$

$$q_{40} = M_{40} / (1 + M_{40} / 2) = 0,00273 / (1 + 0,00273 / 2) = 0,00272$$

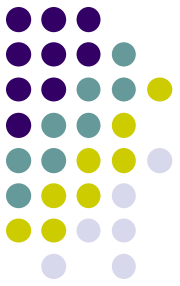


# Dødssannsynlighet forts.

Samme aldersmønster som ratene  $M_x$ , men på et lavere nivå, fordi sannsynligheten er maksimalt lik 1

- når  $M_x = 0$  (ingen dør) er også  $q_x = 0$
- når  $M_x = 2$  (alle dør) er  $q_x = 1$  (for  $n = 1$  år)

# Dødelighetstabell ("life table")



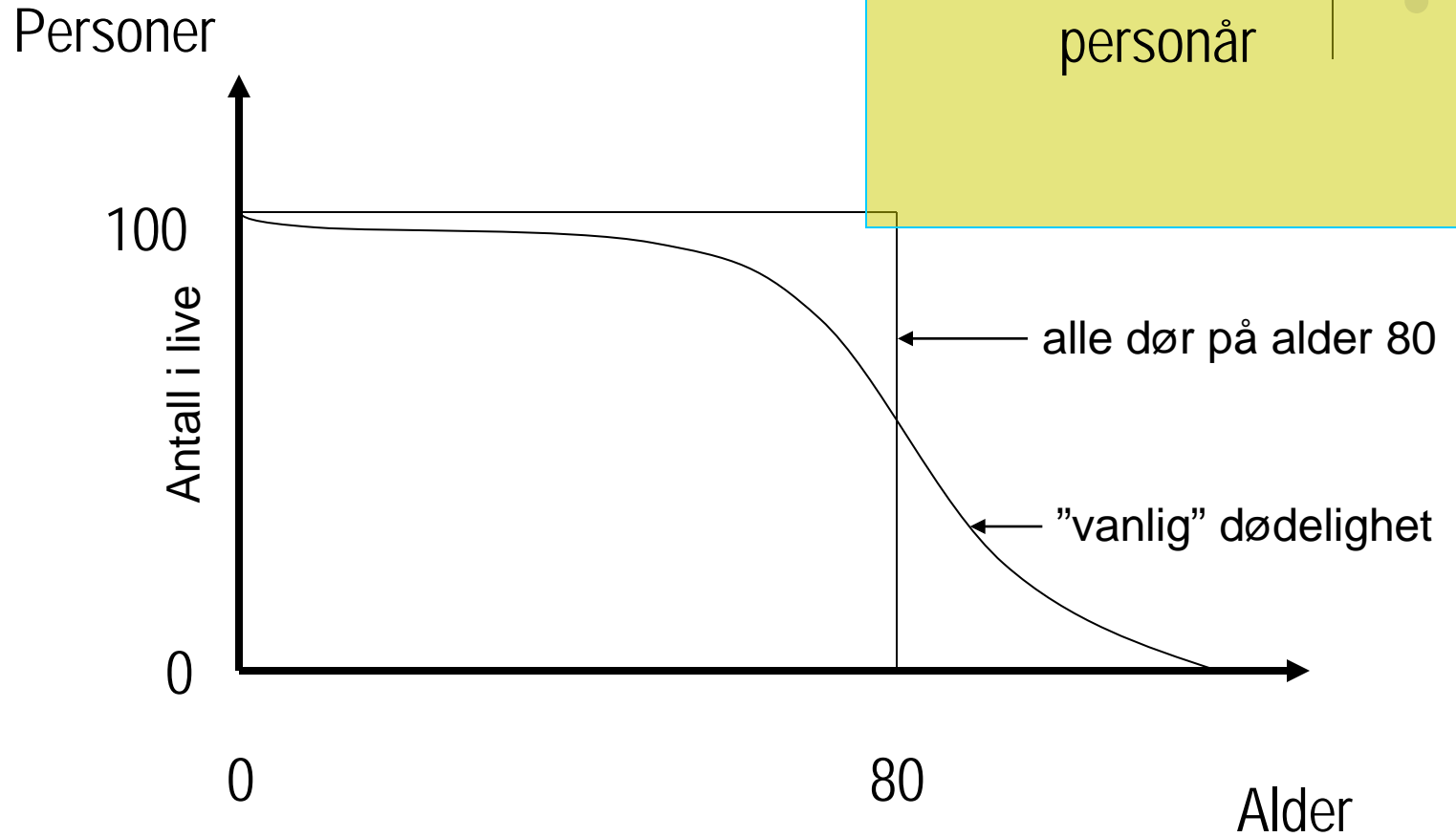
Metode for å oppsummere en rekke aldersavhengige rater/sannsynligheter for et gitt år

Et hypotetisk kull (eks. 100 eller 100 000 personer) opplever dødelighet over livsløpet i samsvar med de ratene/sannsynlighetene som vi ønsker å analysere  
→ "tabellbefolkningen" ("life table population")

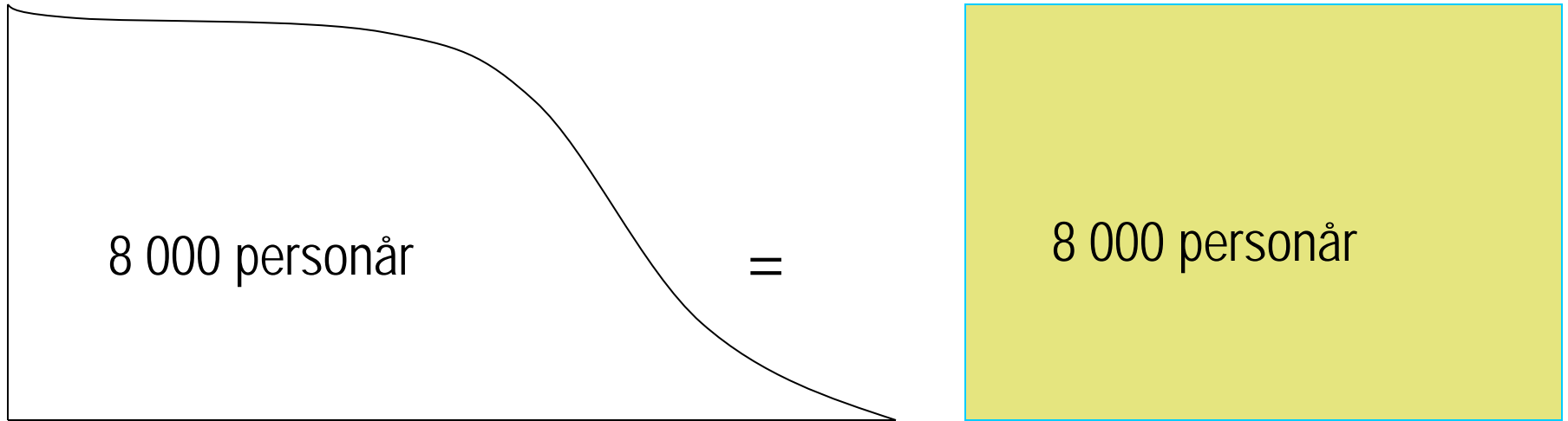
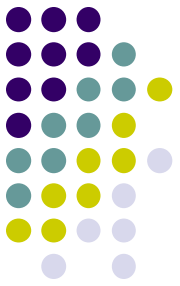
Følgende spørsmål kan besvares i en standard dødelighetstabell

- hvor mange er i live etter 1, 2, 3, ... $\omega$  år? (NB  $\omega$  er høyeste alder)
- hva er forventet levealder ved fødselen og forventet gjenstående levetid på en gitt alder?

# Forventet levealder



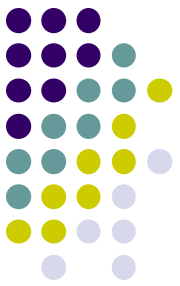
# Forventet levealder



Antall personår = areal under kurven

$8\ 000\ \text{personår} / 100\ \text{personer} = 80\ \text{år i gj.snitt}$

# Forventet levealder ved fødselen ( $e_0$ )



Gjennomsnittlig antall leveår for en hypotetisk kohort av nyfødte under forutsetning av at kohorten gjennomlever de aldersavhengige dødsratene (eller dødssannsynlighetene) observert i det aktuelle året

Tar hensyn til ulik alderssammensetning, men er et hypotetisk tverrsnittsmål som ikke kan si noe sikkert om fremtidig kohortdødelighet

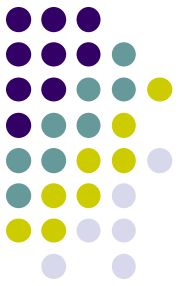
Nico er 61; pr. i dag (dvs 2009) er  $e_{61}$  for menn lik 21,07 år

Nico kan forvente å bli  $61 + 21,07 = \underline{82,07}$  år med dagens dødelighet.

Men de kommende 21 år synker dødeligheten med stor sannsynlighet

Dermed kan Nico forvente å bli eldre enn 82,07 år  $\rightarrow e_{61}$  lik 21,07 er høyst sannsynligvis en underestimering av den "virkelige"  $e_{61}$  (dvs den for fødselskull 1949).

# To/fire typer dødelighetstabeller



## For ulike aldersgrupperinger

- komplett dødelighetstabell (1-års aldersgrupper)
- forkortet dødelighetstabell (0, 1-4, 5-9..., 95-99, 100+)  
(*abridged life table*)

## For kohorter eller perioder

- kohort  
overlevelshistorien for faktiske kohorter (fødselskull) – flere år
- periode  
syntetisk/hypotetisk kohort – ett år eller en begrenset periode

# Input i dødelighetstabellen



Dødsratene etter alder  ${}_nM_x = {}_nD_x / {}_nMFM_x$

ett kalenderår,  $n$  aldersår

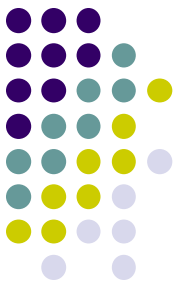
${}_nM_x$  : aldersspesifikk dødsrate mellom alder  $x$  og  $x+n$

${}_nD_x$  : (*observert*) antall døde mellom alder  $x$  og  $x+n$

${}_nMFM_x$  : (*observert*) middelfolkemengde mellom alder  $x$  og  $x+n$

radix ( $l_0$ ): antar som regel 100 000 nyfødte





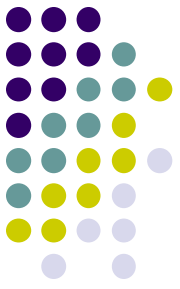
# Funksjoner i dødelighetstabellen

To typer

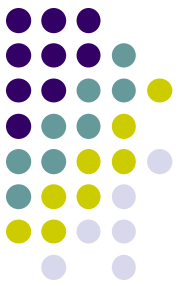
- funksjoner for eksakt alder  $x$ :  $l_x$ ,  $T_x$ , og  $e_x$
- funksjoner for et aldersintervall:  ${}_nM_x$ ,  ${}_nq_x$ ,  ${}_nd_x$ , og  ${}_nL_x$
- hver av disse får en egen kolonne i tabellen

når et aldersintervall er 1 ( $n=1$ ), kan fotskriften  $n$  fjernes fra uttrykk som  ${}_nM_x$  (blir  $M_x$ ) og  ${}_nq_x$  (blir  $q_x$ ) etc.

# Personår



- enheten i  $L_x$  and  $T_x$  i dødelighetstabellen; trenges for å beregne  $e_x$ , (forventet gjenstående levetid for en x-åring)
- 1 personår = 1 person som lever 1 år, 10 personer som lever 0,1 år, 4 personer som lever 3 måneder etc.
- hvis en person dør i midten av året (1. juli), så bidrar avdøde med  $\frac{1}{2}$  personår



# Dødelighetsstabelfunksjon: ${}_nq_x$

${}_nq_x$ : sannsynlighet for å dø mellom eksakt alder  $x$  og eksakt alder  $x+n$

$${}_nq_x = 2 \cdot n \cdot {}_nM_x / (2 + n \cdot {}_nM_x)$$

eller, når  $n=1$ ,  $q_x = M_x / (1 + \frac{1}{2} M_x)$

Gitt  ${}_nM_x$ , beregnes  ${}_nq_x$  på denne måten (alle aldre  $x$ , bort sett fra den høyeste, jfr. senere)

# Dødelighetstabelfunksjon: ${}_n d_x$ og $l_x$



${}_n d_x$ : antall døde mellom eksakt alder  $x$  og  $x+n$  i tabellbefolkningen  
(ikke observert!)

$${}_n d_x = l_x \cdot {}_n q_x$$

$l_x$ : antall overlevende i tabellbefolkningen på eksakt alder  $x$

$$l_x = l_{x-n} - {}_n d_{x-n}$$

*Overlevelseskurver*, antall overlevende på hver alder ( $l_x$ ) i en hypotetisk kohort med et utgangspunkt i 100 000 nyfødte personer

# Dødelighetstabelfunksjon : ${}_nL_x$



${}_nL_x$  : antall personår levd mellom eksakt alder  $x$  og  $x+n$

$${}_nL_x = (n/2) \cdot (I_x + I_{x+n}) \text{ husk å gange med intervallbredde } n!$$

gir dårlig tilnærming (se Rowland s. 280-281)

- for  $L_0$  og  $L_1$  når dødeligheten for spedbarn er høy

Siste aldersklasse åpen:

-  $L_{100+} = I_{100} / M_{100+}$  (Rowland) *eller*

- sett inn  ${}_nq_{100+} = 1$  og beregn  ${}_nL_{100+} = (n/2) \cdot I_{100}$



# Dødelighetsstabelfunksjon : ${}_nT_x$ og $e_x$

$T_x$  : samlet antall personår levd fra og med eksakt alder  $x$

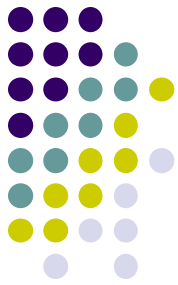
$$T_x = \text{sum for alle aldre } (x, x+n, x+2n, \dots) \text{ av } {}_nL_x$$

$e_x$  : forventet gjenstående levetid ved eksakt alder  $x$

$$e_x = T_x / I_x$$

Dødelighetstabeller, 2008

sannsynligheter som gjelder år 2008



Alder x	Levende ved alder x			Døde i alder x til x+1			Forventet gjenstående levetid ved alder x			Dødssannsynlighet for alder x, Promille		
	$l_x$		$d_x$	$e_x$		$q_x$						
	Begge kjønn <sup>2</sup>	Menn	Kvinner	Begge kjønn <sup>2</sup>	Menn	Kvinner	Begge kjønn <sup>2</sup>	Menn	Kvinner	Begge kjønn <sup>2</sup>	Menn	Kvinner
startpunkt, radix	100 000	100 000	100 000	273	330	214	80,67	78,31	82,95	2,73	3,30	2,14
1	99 727	99 670	99 786	25	29	21	79,89	77,57	82,13	0,25	0,30	0,21
2	99 702	99 641	99 766	27	33	21	78,91	76,59	81,14	0,27	0,33	0,21
3	99 675	99 608	99 745	8	10	7	77,93	75,62	80,16	0,09	0,10	0,07
4	99 666	99 598	99 738	7	3	10	76,94	74,62	79,17	0,07	0,03	0,10
5	99 659	99 595	99 728	12	13	10	75,94	73,63	78,17	0,12	0,13	0,11
6	99 647	99 581	99 717	9	10	7	74,95	72,64	77,18	0,09	0,10	0,07
7	99 639	99 571	99 710	12	16	7	73,96	71,64	76,19	0,12	0,16	0,07
8	99 627	99 555	99 703	8	9	7	72,97	70,66	75,19	0,08	0,10	0,07
9	99 619	99 546	99 697	8	3	13	71,97	69,66	74,20	0,08	0,03	0,13
10	99 611	99 543	99 683	6	6	7	70,98	68,66	73,21	0,06	0,06	0,07
11	99 605	99 536	99 677	6	9	3	69,98	67,67	72,21	0,06	0,09	0,03
12	99 598	99 527	99 673	11	9	13	68,99	66,67	71,21	0,11	0,09	0,13
13	99 587	99 518	99 661	8	6	10	68,00	65,68	70,22	0,08	0,06	0,10
14	99 579	99 512	99 651	17	22	13	67,00	64,69	69,23	0,17	0,22	0,13
15	99 562	99 490	99 638	20	25	16	66,01	63,70	68,24	0,21	0,25	0,16
16	99 542	99 466	99 622	16	21	10	65,03	62,71	67,25	0,16	0,21	0,10
17	99 526	99 445	99 612	39	51	25	64,04	61,73	66,26	0,39	0,51	0,26
18	99 487	99 394	99 587	53	73	32	63,06	60,76	65,27	0,53	0,73	0,32
19	99 434	99 320	99 554	53	75	30	62,09	59,80	64,29	0,53	0,75	0,30
20	99 381	99 246	99 525	68	117	17	61,13	58,85	63,31	0,68	1,18	0,17
21	99 314	99 129	99 508	38	60	14	60,17	57,92	62,32	0,38	0,61	0,14
22	99 276	99 069	99 494	66	88	43	59,19	56,95	61,33	0,66	0,88	0,43
23	99 210	98 981	99 451	57	78	36	58,23	56,00	60,36	0,58	0,79	0,36

Dødelighetstabeller, 2008

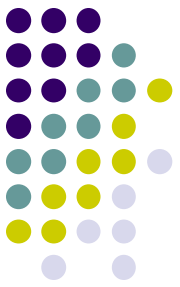


Alder x	Levende ved alder x		Døde i alder x til x+1		Forventet gjenstående levetid ved alder x			Dødssannsynlighet for alder x, Promille				
	l <sub>x</sub>		d <sub>x</sub>		e <sub>x</sub>			q <sub>x</sub>				
	Begge kjønn	Menn Kvinner	Begge kjønn	Menn Kvinner	Begge kjønn	Menn Kvinner	Begge kjønn	Menn Kvinner	Begge kjønn	Menn Kvinner		
82	55 923	47 685	63 897	3 630	4 096	3 255	7,53	6,46	8,19	64,91	85,90	50,94
83	52 293	43 588	60 642	3 785	3 872	3 758	7,02	6,02	7,60	72,39	88,84	61,98
84	48 507	39 716	56 884	4 066	4 121	4 091	6,53	5,55	7,07	83,82	103,77	71,93
85	44 441	35 595	52 793	3 937	4 032	3 954	6,08	5,14	6,58	88,59	113,27	74,89
86	40 505	31 563	48 839	4 330	4 282	4 503	5,62	4,73	6,07	106,90	135,68	92,19
87	36 175	27 281	44 336	4 147	4 122	4 307	5,23	4,40	5,64	114,63	151,08	97,14
88	32 028	23 159	40 029	4 219	3 763	4 703	4,84	4,09	5,19	131,71	162,48	117,48
89	27 809	19 396	35 327	3 654	3 281	4 052	4,50	3,79	4,81	131,38	169,15	114,70
90	24 156	16 115	31 274	3 807	2 982	4 585	4,11	3,46	4,37	157,58	185,03	146,60
91	20 349	13 133	26 690	3 796	3 141	4 452	3,78	3,13	4,04	186,53	239,18	166,80
92	16 554	9 992	22 238	3 279	2 471	4 048	3,54	2,95	3,75	198,08	247,29	182,02
93	13 275	7 521	18 190	2 772	1 914	3 534	3,29	2,76	3,47	208,80	254,48	194,27
94	10 503	5 607	14 656	2 493	1 703	3 168	3,02	2,53	3,18	237,35	303,74	216,16
95	8 010	3 904	11 488	2 038	1 212	2 740	2,81	2,42	2,92	254,45	310,38	238,51
96	5 972	2 692	8 748	1 713	895	2 398	2,59	2,28	2,68	286,86	332,55	274,09
97	4 259	1 797	6 350	1 205	544	1 766	2,44	2,16	2,51	282,89	302,93	278,10
98	3 054	1 253	4 584	1 075	503	1 557	2,20	1,89	2,28	351,92	401,45	339,65
99	1 979	750	3 027	645	300	938	2,12	1,81	2,19	325,71	399,89	309,85
100	1 335	450	2 089	521	167	824	1,91	1,69	1,95	390,21	371,29	394,19
101	814	283	1 266	353	176	495	1,81	1,39	1,90	434,19	623,85	391,04
102	460	106	771	153	49	242	1,81	1,88	1,79	333,15	463,25	313,72
103	307	57	529	111	0	219	1,47	2,06	1,38	361,37	0,00	414,19
104	196	57	310	95	25	153	1,02	1,06	1,01	483,60	435,28	493,81
105	101	32	157	48	10	79	0,50	0,50	0,50	475,42	304,86	506,33

60% sjanse for å bli 83

40% sjanse for å bli 88

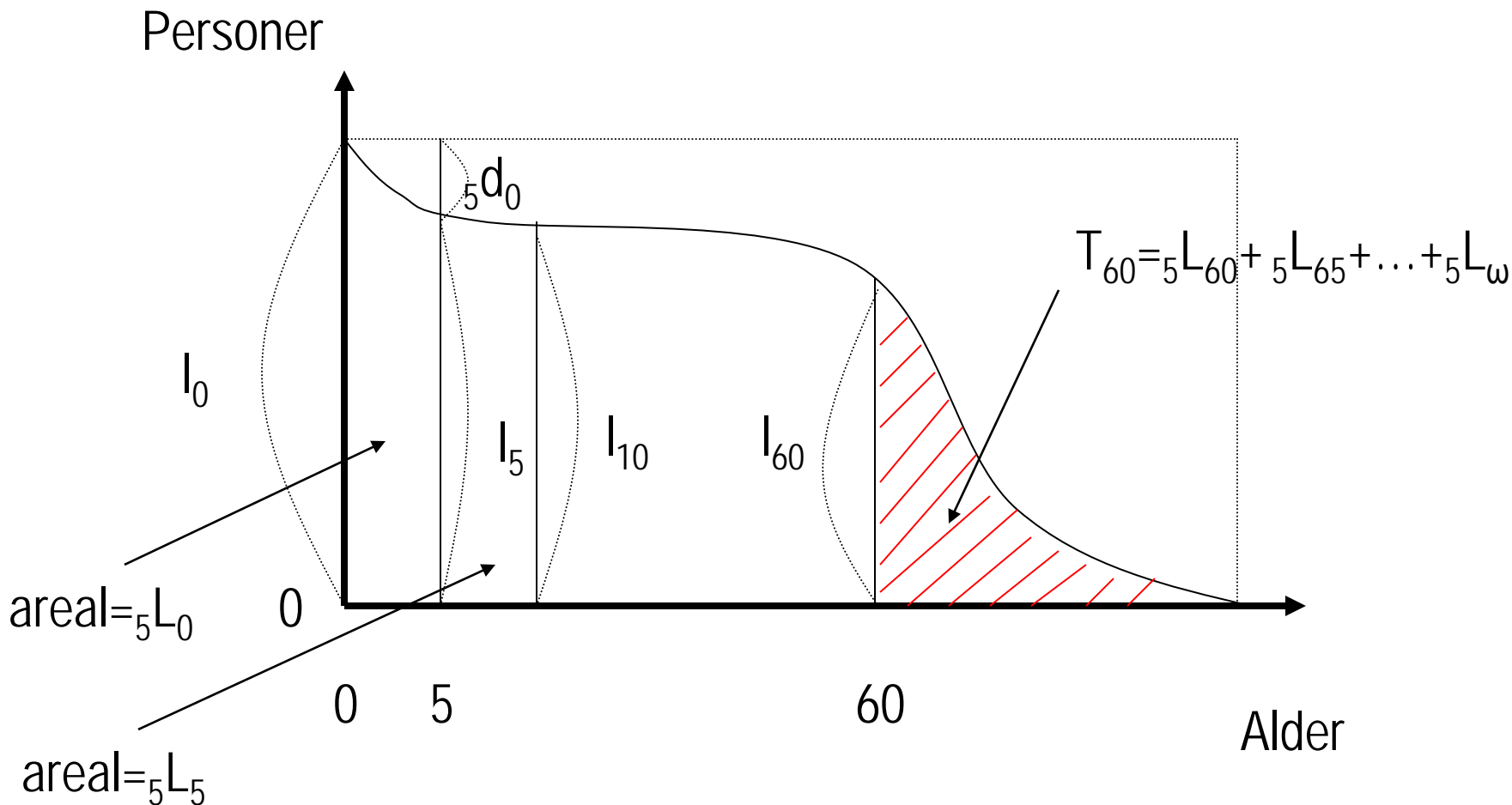




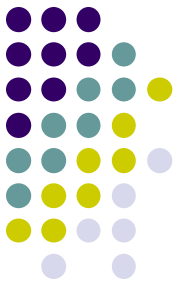
# Rekkefølgen i beregningen

1. Kolonne (dvs alle aldre) for  ${}_nM_x$  - input
2. Kolonne for  ${}_nq_x$  – omregningsformelen
3. Kolonne for  $l_x$  – start med  $l_0 = 100\ 000$
4. Kolonne for  ${}_nd_x$
5. Kolonne for  ${}_nL_x$
6. Kolonne for  $T_x$
7. Kolonne for  $e_x$

# Oppsummering av noen av funksjonene i dødelighetstabellen



# Litt empiri



## ”Rektangularisering av $l_x$ -kurven”

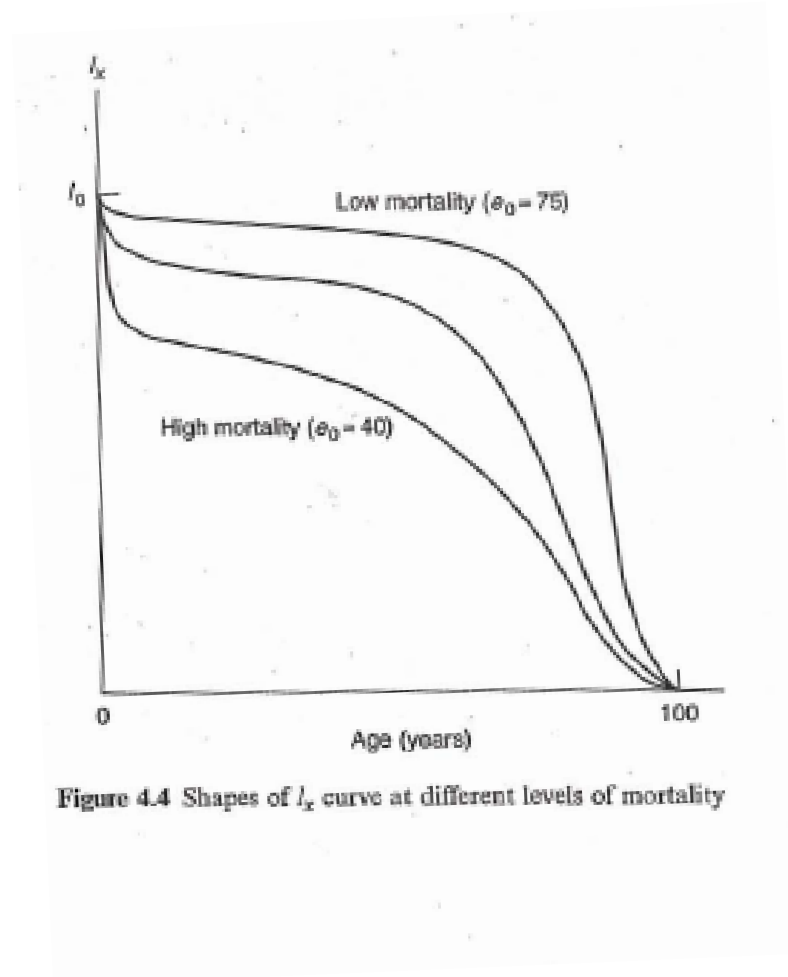
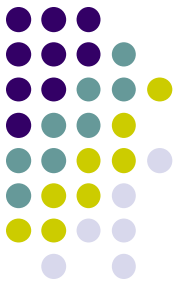


Figure 4.4 Shapes of  $l_x$  curve at different levels of mortality

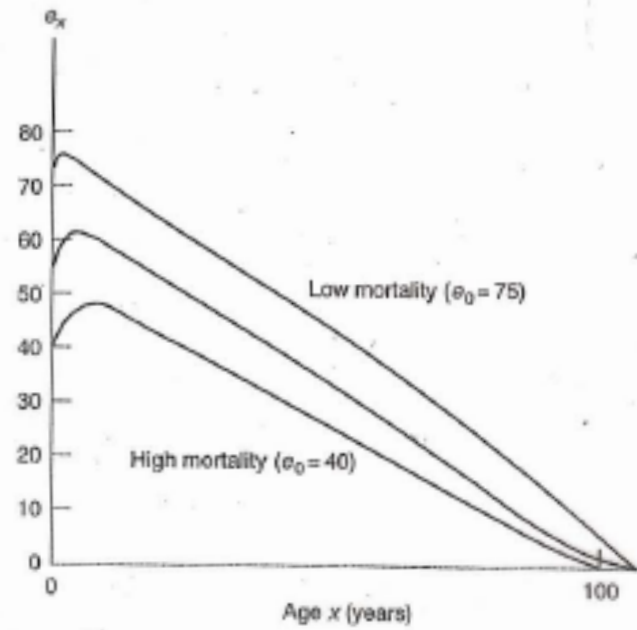
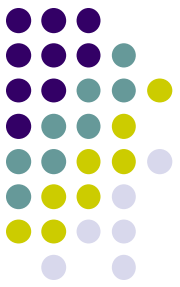
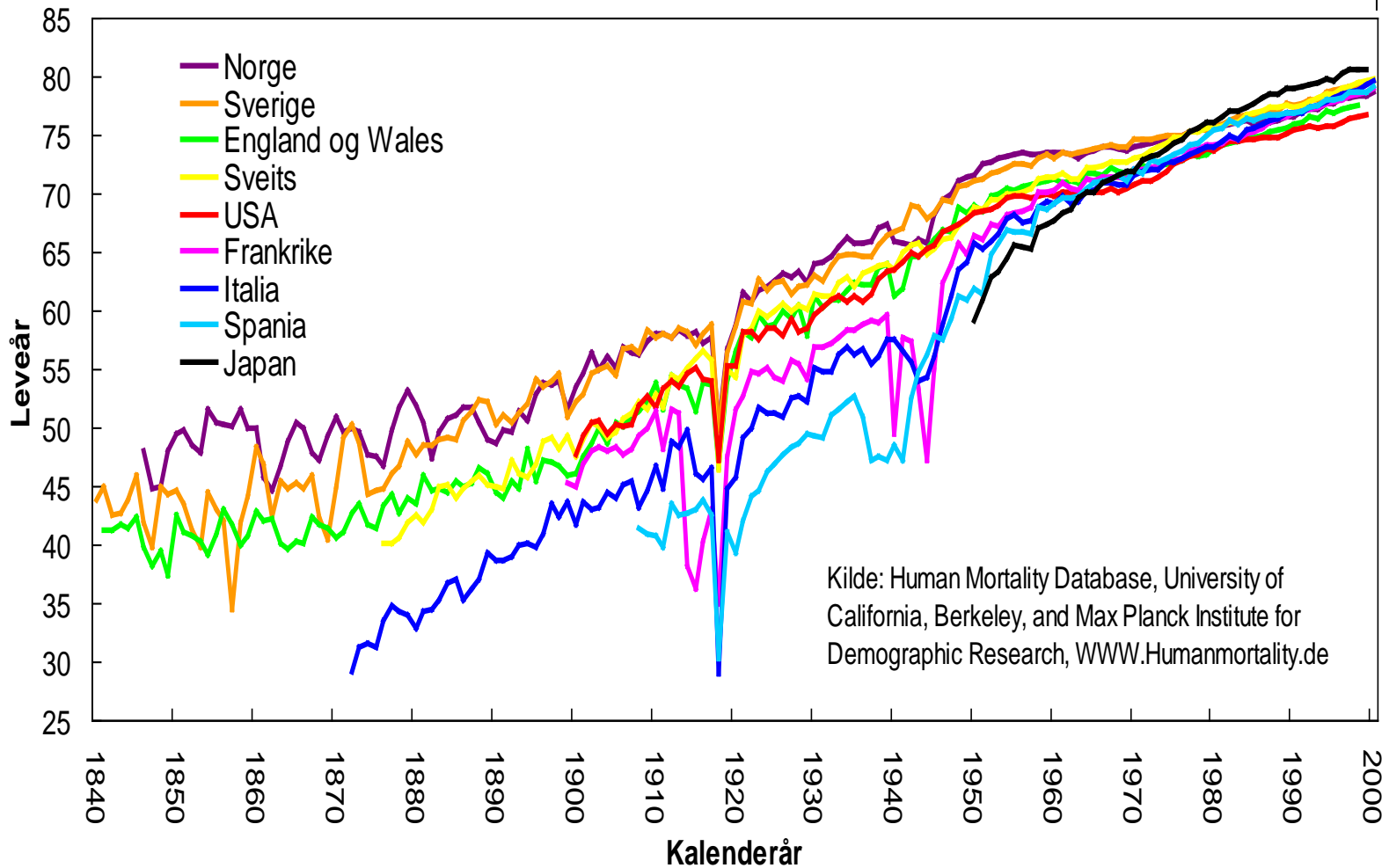
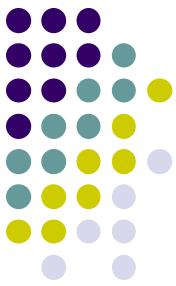
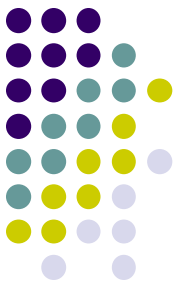


Figure 4.5 Shapes of  $e_x$  curve at different levels of mortality

# $e_0$ begge kjønn samlet

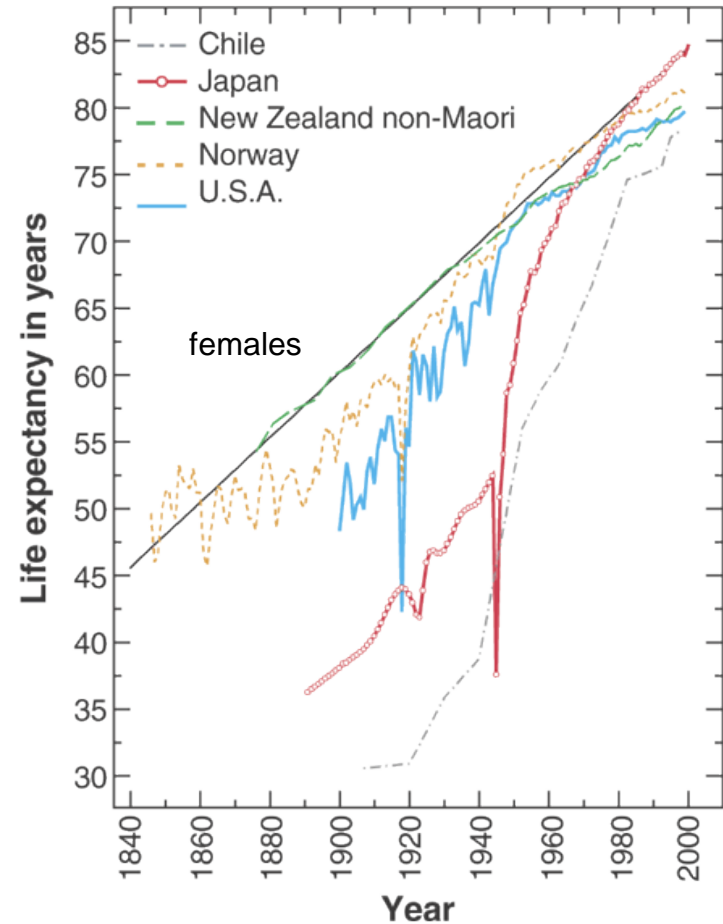
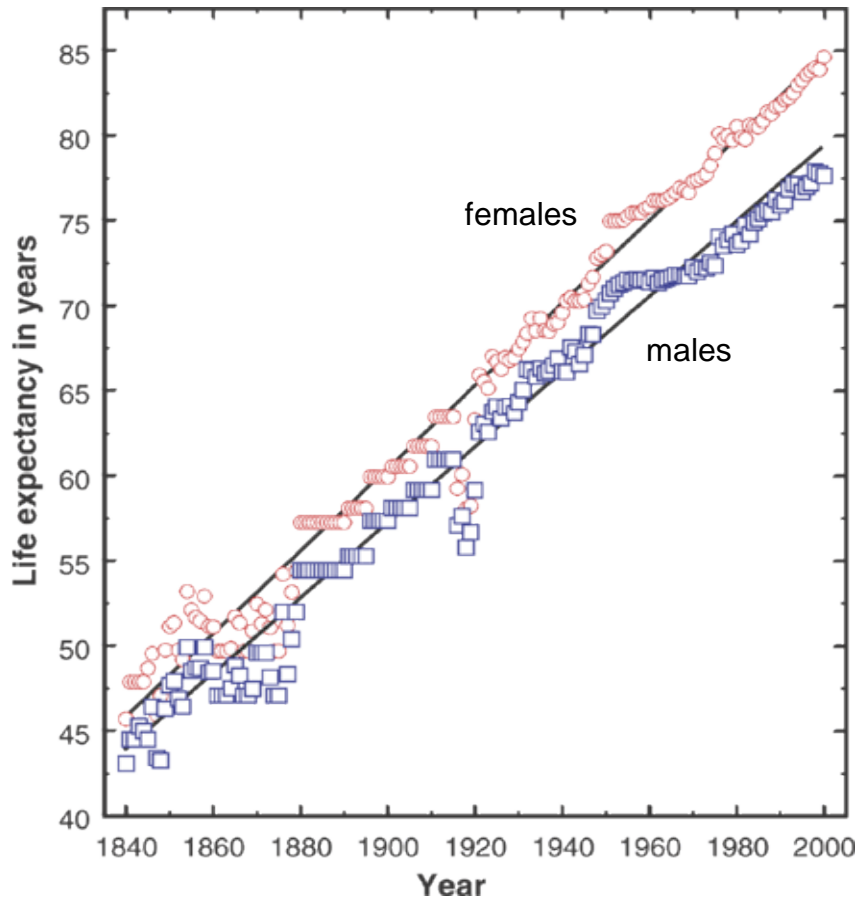
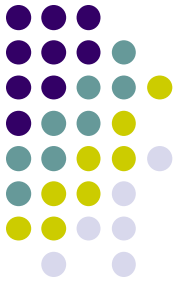




- Verdensrekord i  $e_0$  1850: Norge 47,7 år (M) og 51,1 år (K)  
men: 10% feiret ikke første bursdag, 20% ble ikke 10 år!
- Verdensrekord i  $e_0$  2008: Japan 86,1 år (K)
- Norge 2008: 78,3 (M) 83,0 år (K)  
over 99% av nyfødte kan forvente å feire 10-årsdagen  
skyldes for en stor del nedgang i dødelighet av epidemiske  
barnesykdommer som difteri, skarlagensfeber, meslinger og kikhoste
- Eldredødelighet har ikke endret seg like mye 1850-2007  
 $e_{60}$ : økning på 7,0 år til 21,4 år (M) og 9,3 år til 24,9 år (K)  
 $e_{80}$ : økning på 2,1 år til 7,4 år (M) og 3,8 år til 9,2 år (K)  
skyldes spesielt nedgang i kreft og hjerte- og kardødelighet
- Men relativt rask nedgang i i-land etter 1950 (Kannisto, Lauritsen,  
Thatcher, Vaupel 1994, *Population and Development Review*)

# Rekordlevealder

har økt lineært i 160 år ( ~3 mndr. per år / ~2,5 år per tiår)



Kilde: Vaupel og Oeppen (2002) *Science*